Стручни рад

Трење – од сложене науке до часа физике

Љубиша Нешић, Лазар Раденковић, Милош Јонић

Природно-математички факултет Ниш, Департман за физику Вишеградска 33, 18 000 Ниш, Србија

Апстракт. У раду је дат кратак историјски развој науке о трењу, представљени су основни облици трења и дато је њихово тумачење. Такође, дат је предлог како на средњошколском нивоу обрадити део градива физике који се тиче трења. Предложене идеје требало би да помогну ученицима да превазићу најчешће заблуде, као и да покажу да се трење не своди само на једначину $F_{tr} = \mu N$.

Кључне речи: трење, трибологија, облици трења, механизми трења

ИСТОРИЈСКИ РАЗВОЈ ТРИБОЛОГИЈЕ

Водећи порекло од грчке речи *tribos*, која значи трљање, трибологија представља грану физике која проучава трење под различитим условима. Иако је ова реч употребљена тек у 20. веку, проучавање трења датира знатно раније [1].

Још су у древном Египту коришћене технике за смањење непожељног трења. У гробницама Египта пронађена је слика која приказује радника како сипа течност док група робова "санкама" вуче велику статуу.

Прво систематско проучавање трења и формулисање емпиријских закона учинио је Леонардо ДаВинчи^{*}, иако су његови записи остали неоткривени све до двадесетог века. У 17. веку, Амонтон[†] је у својим (независним) емпиријским истраживањима дошао до правила која су се поклапала са ДаВинчијевим запажањима, док је Кулон[‡] употпунио ову слику. Запажања ових научника, обједињена у ДаВинчи-Амонотон-Кулонове законе, гласе:

- 1. Сила трења пропорционална је нормалној сили која делује на тело.
- 2. Сила трења независна је од привидне додирне површине тела.
- 3. Сила трења независна је од релативне брзине клизања додирних површина.

Кулон је такође истакао да став 3 претходне листе има ограничени домен примене и да коефицијенти статичког и динамичког трења имају различите вредности. Кулон је такође предложио да се сила трења описује уз помоћ два члана – једног који би зависио од нормалне силе, и другог који би описивао прилепљивање површина (адхезиони члан), тј. $F_{tr} = \mu F_n + kS$. У претходној формули, S представља макроскопску додирну површину два тела, а k је коефицијент пропорциналности. У неким случајевима адхезиони члан може бити

^{*} Леонардо ДаВинчи (1452-1519), италијански сликар, вајар, проналазач и инжењер.

[†] Гијом Амонтон (1663-1705), француски физичар, један од пионира трибологије.

[‡] Шарл-Огистен де Кулон (1736-1806), француски физичар, најпознатији по свом раду у области електростатике.

доминантан – код неких врста гума, пластелина и слично, или код високо углачаних металних површина, где долази до појаве "хладног" вара.

У новије време, Давид Табор[§] је показао да постоји линеарна веза између *стварне* додирне површине тела и примењене нормалне силе. Стварна (микроскопска) додирна површина мања је од привидне (макроскопске) додирне површине и представља укупну површину додира највећих неравнина (слика 1). Према томе, сила трења зависи од стварне додирне површине тела, која, пак, зависи од вредности нормалне силе.



област директног контакта

СЛИКА 1. Приказ привидне стварне додирне површине

Развојем модерних техника проучавања површина на микроскопском нивоу, постаје јасно да су закони трења компликованији. И заиста, поменути феноменолошки закони покушавају да небројано много микроскопских интеракција појединачних атома објасне макроскопским законима једноставног облика. Детаљнија анализа и модерни експериментални подаци захтевали су ревизију ових једноставних закона. Неки од ефеката који се морају узети у обзир приликом проучавања трења у модерној триблогији јесу:

- расподела висина микро-неравнина (експоненцијална, Гаусова...),
- адхезиони члан који за неке материјале може постати доминантнан,
- да ли је деформација на местима контакта пластична или еластична,
- зависност коефицијента трења од нормалне силе, температуре, брзине клизања и сл.
- нелинеарност ефеката,
- механизам дисипације енергије итд.

Предмет истраживања трибологије додатно се проширује употребом уља и мазива за смањење штетног трења. При томе су потребе индустрије (нпр. железнице) утицале на развој трибологије, али је и адекватан развој трибологије био неопходан предуслов за развој индустрије (нпр. аутомобилске индустрије).

Иако је ДаВични-Амонотон-Кулонов закон трења основа за изучавање трења, како у средњим школама, тако и у већини основних курсева на факултету, ова упрошћена слика не даје довољно наговештаја у све комплексности и значај ове теме, као и у модерне правце истраживања. Користећи поменути историјски развој, наставник може ове информације да искористи како би додатно "зачинио" своја

204

⁸ Давид Табор (1913-2005), британски физичар, аутор кованице "трибологија" и један од пионира модерне науке о трењу.

предавања и нагласио ученицима да поменути закони имају само ограничен домен важења, и да је реална слика сложенија и изазовнија^{**}.

МЕХАНИЗМИ У ОСНОВИ ТРЕЊА

На који начин настаје трење? Зашто оно настаје? На ова питања не може се дати једноставан одговор. Поменути ДаВинчи-Амонотон-Кулонови закони подразумевају да је извор трења у микроскопским неравнинама на површини тела, које међусобно задиру једна у другу и деформишу се. Ипак, неки аутори сматрају да је адхезија основни механизам трења, док други наглашавају утицај вибрације кристалне решетке (фонона) и дисипације енергије [2].

Може се закључити да се трење описује истовременим деловањем више механизама, док релевантност сваког од њих зависи од конкретне ситуације. Ови механизми укључују деформацију, адхезију, преплитање површина, абразију, утицај нечистоћа и адсорбованих слојева итд.

ОСНОВНИ ОБЛИЦИ ТРЕЊА И ЊИХОВО ТУМАЧЕЊЕ

Статичко трење и трење клизања

Основне облике трења разматраћемо у оквиру једноставних закона примерених средњошколском узрасту. Даћемо само кратко разматрање статичког трења и трења клизања јер је та ситуација већини наставника добро позната.

Ако на тело које мирује применимо веома малу силу (слика 2)^{††}, оно ће и даље мировати. То значи да је вредност активне силе (сила затезања F_z) једнака сили трења. Ако повећавамо вредност ове силе, тело ће и даље мировати, што значи да ће сила статичког трења расти заједно са примењеном активном силом.

У једном тренутку, када сила статичког трења достигне максималну вредност, тело почиње да се креће. Када је тело у покрету, сила трења клизања има приближно константну вредност, и она је мања од максималне вредности силе статичког трења.

^{**} Ово важи и за остале области физике које се изучавају у школи. Често се каже да је настава парадигматична, тј. заснива се на употреби узора – примера који потврђују неки закон. Пречеста употреба примера који увек потврђују неко правило може бити штетна за развој креативног и критичког мишљења, па је корисно ученицима скренути пажњу да постоје и неодговорена питања и примери који нису у складу са приказаним законом.

^{††} На свим сликама у овом раду сила нормалне реакције подлоге уцртана је као да делује у центру масе тела. То није сасвим коректно јер нападна тачка треба да буде на месту контакта тела и подлоге, али је то урађено да би слике биле прегледније.



СЛИКА 2. а) Нема активне силе, па нема ни појаве трења б) Нема релативног кретања површи па је $F_{str} < \mu_s N$. в) Интензитет примењене силе достиже $\mu_s N$ и тело почиње да клизи. г) При релативном кретању сила кинетичког трења једнака је $\mu_k N$. д) График зависности силе трења од интензиета примењене силе.

Трење котрљања

Размотримо лопту која се котрља без проклизавања по подлози (слика 3). Из искуства знамо да ће се лопта након неког времена зауставити, што наводи на закључак да сила трења делује у лево. Међутим, иако је ово објашњење коректно у смислу транслације, ако посматрамо ротацију лопте око сопствене осе, онда ће овако оријентисана сила трења својим моментом изазивати угаоно убрзање! Тада би лопта требало да успорава своје транслаторно кретање и да при томе ротира све брже и брже, што је теоријски немогуће, а ни у пракси се тако не дешава. Насупрот томе, можемо рећи да доњи део лопте има тенденцију да се креће у лево, а како нема проклизавања, сила трења делује на десно и спречава проклизавање. Ипак, то нас доводи до сличних тешкоћа јер би онда сила трења успоравала ротацију, али убрзавала транслацију, што је немогуће.

Дакле, укупна сила трења која делује на лопту мора имати другачији правац деловања да бисмо објаснили ову појаву.



СЛИКА 3. Котрљање лопте по хоризонталној подлози^{‡‡}

^{‡‡} Јасно је да на лопту, поред обележене силе трења, делују и сила Зељине теже и реакција подлоге. Ове силе су обележене само када је то било неопходно, да би слике биле једноставније и прегледније.

Објашњење овог парадокса лежи у кључној улози деформација и лопте и подлоге приликом котрљања. Деформације морају бити асиметричне, као што је приказано на слици 4 са десне стране.



СЛИКА 4. Еластична и нееластична деформација тела при котрљању.

Да бисмо то показали, размотримо прво симетричне деформације, приказане на левој страни слике. Испрекидана линија на слици представља обод лопте у случају када не би било њене деформације. Укупна интеракција делића лопте са подлогом лево од центра масе представљена је силом F_1 , а десно силом F_2 . У случају савршено еластичних деформација, силе су симетричне у односу на вертикалну линију која пролази кроз центар масе, и имају исти интензитет, тако да правац резултујуће силе $F_1 + F_2$ пролази кроз центар масе лопте. Тада је момент силе једнак нули јер је крак резултујуће силе једнак нули. С обзиром да се ротација лопте мора успоравати, мора постојати и момент који ће то узроковати, па потпуно симетричне деформације не пружају адекватно објашњење.

Ако се лопта котрља по песку, песак иза ње биће сабијен, тако да је модел асиметричних деформација сасвим оправдан. У том случају, резултујућа сила биће усмерена као на десној страни слике 3 и њен момент ће успоравати ротацију, а њена хоризонтална компонента успораваће транслацију, у складу са очекиваним емпиријским понашањем лопте.

У стандардним средњошколским уџбеницима и збиркама прећутно се претпоставља да приликом котрљања нема деформација ни подлоге ни тела које ротира. Да ли овакав начин разматрања трења има физички смисао или не? Да ли се закључци добијени на такав начин могу применити за описивање кретања реалних тела?

Програмом физике предвиђен је демонстрациони експеримент у коме се куглица пушта низ стрму раван, а затим наставља да се креће по хоризонталној подлози (Галилејев жљеб). Разумно је претпоставити да ће у оваквој поставци деформација куглице и подлоге бити занемарљива, јер су и једно и друго приближно крута тела. Да ли постоји адекватан модел који би објаснио овакво кретање?

Размотримо, дакле, кретање куглице (а) низ стрму раван; (б) по хоризонталној подлози, подразумевајући да нема проклизавања куглице. Ова два примера довољна су за разумевање готово свих школских ситуација, а за уопштенију и детаљнију анализу, консултовати [3]. Ако куглица не проклизава, то значи да је тачка контакта између куглице и подлоге непомична, и да је сила трења која делује у тачки контакта заправо сила статичког трења. Важно је подсетити да сила статичког трења нема унапред задат закон деловања и да њен интензитет, правац и смер зависе од конкретне ситуације која се разматра.



СЛИКА 5. Котрљање лопте по стрмој равни

Ако би ефекти трења били занемарљиви, кугла би клизила низ стрму раван без ротације. Како се кугла котрља, мора постојати сила трења чији момент силе изазива ротацију. У случају приказаном на слици 5, сила трења делује на лево, паралелно са подлогом. За транслаторно кретања кугле важе следеће једначине (за осу паралелну стрмој равни, и осу нормалну на стрму раван):

$$F_q \sin \theta - F_{tr} = ma,\tag{1}$$

$$F_q \cos \theta = N, \tag{2}$$

док за ротационо кретање кугле важи:

$$M = I \alpha \quad \Rightarrow \quad F_{tr}R = \frac{2}{\pi}mR^2\alpha, \tag{3}$$

где је θ – нагибни угао стрме равни, a – убрзање центра масе кугле, α – угаоно убрзање кугле. С обзиром на то да кугла не проклизава, важи да је $a = R \alpha$. Сређивањем ових једначина, узимајући да је $F_g = mg$, добија се вредност убрзања кугле низ стрму раван:

$$a = \frac{5}{\pi} g \sin \theta. \tag{4}$$

Треба нагласити да би у овом случају било *погрешно* писати да је $F_{tr} = \mu N$, јер је у питању сила статичког трења, а не сила трења клизања.

Размотримо сада шта се дешава када кугла пређе на хоризонталну подлогу. Ако бисмо хоризонталну подлогу третирали као посебан случај стрме равни (када је угао $\theta = 0$), сила трења била би усмерена паралелно подлози, у лево. Али тада долазимо до проблема који смо описали на почетку овог одељка (слика 3), у коме сила трења парадоксално успорава транслацију, а убрзава ротацију. Како онда описати кретање по хоризонталној подлози и да ли се онда може тврдити да је приказани опис кретања низ стрму раван био исправан?

Одговор лежи у томе што сила статичког трења нема унапред задат интензитет, правац и смер деловања, већ он зависи од конкретних активних сила која делују на тело, и то од њиховог правца, смера, интензитета и нападне тачке. На пример, ако на столицу делујемо хоризонталном силом и она мирује, активна сила којом делујемо изједначена је са силом статичког трења. Ако смањимо интензитет деловања активне силе, или променимо њен смер, статичка сила трења мењаће се у складу са тим, тако да тачке контакта столице са подлогом остану међусобно непомичне.

У случају кретања кугле низ стрму раван, сила трења се јавља као последица паралелне компоненте силе Земљине теже, која је овде активна сила. У случају кретања кугле по хоризонталној подлози не постоји активна сила која делује паралелно са подлогом, па се не јавља ни статичка сила трења. Дакле, изненађујућ закључак је да сила трења *не* делује на куглу приликом котрљања равномерном брзином по хоризонталној подлози. Адекватан дијаграм сила приказан је на слици 6.



СЛИКА 6. Котрљање лопте по хоризонталној подлози и силе које тада на њу делују

Дакле, центар масе кугле наставља да се креће равномерно праволинијски, по инерцији, јер ниједна сила не мења то стање кретања. Такође, кугла наставља да ротира константном угаоном брзином, јер ни један момент силе не мења то стање ротације. Подсећамо да се у Галилејевом огледу са жљебом, кретање по хоризонталној подлози користи за демонстрацију равномерног кретања, што је у складу са добијеним резултатом.

Размотримо сада и једну ситуацију са проклизавањем. Скоро сваком детету биће позната појава приказана на слици 7. Када се на ваљак или кликер делује одговарајућом силом, он излеће под прстима, и након кратког времена, враћа се ка руци уз котрљање, или наставља да се котрља у првобитом смеру. При томе је, приликом излетања, брзина центра масе усмерена у десно, док кликер ротира у лево. Суштински иста ситуација добија се ако се точак заврти у ваздуху, а затим се баци одређеном брзином. При паду на подлогу, његово кретање може се наставити у истом смеру тј. од особе која га је бацила, или у супротном смеру, тј. ка особи која га је бацила.

Од чега ово зависи? Како објаснити кретање кликера? У овом случају, јавља се проклизавање и тачка у којој кликер додирује подлогу креће се у односу на њу. У овако одабраним почетним условима, најнижа тачка кликера кретаће се у десно у односу на подлогу, па ће сила трења клизања деловати у лево. Сада је коректно записати да је $F_{tr} = \mu N$, јер се ради о сили трења клизања.



СЛИКА 7. Деловање на куглу и изазивање кретања (лево) и котрљање кугле са проклизавањем (десно)

Ова сила успорава транслацију, док њен момент успорава ротацију кликера. Дакле, можемо писати једначине за ове две појаве, редом:

$$F_{tr} = ma, \quad F_{tr}R = I\alpha. \tag{5}$$

Који ће смер кретања имати кликер када се заврши проклизавање зависиће од почетних вредности брзине v и угаоне брзине ω . Ако брзина транслације опадне на нулу, а ротација је и даље присутна, кликер ће се кретати у лево без проклизавања. Ако, с друге стране, угаона брзина падне на нулу, а транслација је и даље присутна, онда ће се кликер кретати у десно без проклизавања. Коначно, може се десити да су почетни услови такви да транслација и ротација престану истовремено. Тада ће кликер остати у месту. Напомињемо да у сва три случаја, по престанку проклизавања, престаје и деловање силе трења (не само трења клизања, већ и статичког, како је већ објашњено).

На овај начин решава се и 3. задатак са Републичког такмичења из физике за први средње школе из 2006. године. У овом задатку, цилиндар се котрља по подлози без проклизавања, а затим наилази на покретну траку. Користећи претходне једначине, уз одговарајућа кинематичка разматрања, долази се до траженог времена након којег престаје проклизавање.

ДИДАКТИЧКО ОБЛИКОВАЊЕ МАТЕРИЈАЛА

На основу претходно изреченог, види се да проучавање трења има дугу историју и представља изазов било на нивоу професионалног бављења науком, било на нивоу средњошколских модела. Такође, у истраживањима је примећено (према [2]) да ученици имају тешкоће са разумевањем трења и у најједноставнијем случају, при изучавању трења клизања између два тела. Све ово представља изазов за наставнике. Како изложити градиво тако да се избегну најчешће ученичке заблуде? Како скренути пажњу на ограниченост понуђених модела и на сложеност механизама у основи трења, без збуњивања ученика?

У остатку текста дат је кратак опис предлога како организовати час за обраду градива о трењу. Но, пре тога, потребно је поменути најчешће ученичке заблуде, јер на њих треба обратити нарочиту пажњу приликом наставе.

1. Ученици ретко сами запажају да сила трења може бити и покретачка сила, већ је посматрају као силу која се увек опире кретању. При томе, ученици подразумевају да сила трења представља опирање "правом" кретању, а не релативном кретању две површине.

У конкретном примеру (слика 8), ако се једно тело налази на другом, и на горње тело се делује силом, ученици неће запазити да на доње тело такође делује сила трења, и да је она заправо покретачка сила. Једноставним демонстрационим огледом може се показати да се доње тело заиста креће. На питање шта изазива кретање доњег тела, ученици често дају одговоре типа "зато што су спојени", превиђајући да је сила трења, а не пуки додир, оно што изазива кретање.



СЛИКА 8. Дијаграм сила за прво и друго тело.

2. Ученици често поистовећују нормалну силу са тежином тела (што је погрешно из више разлога) или гравитационом силом која делује на тело. Ова заблуда је додатно оснажена честом употребом стандардних примера у којима је нормална сила по интензитеу једнака сили Земљине теже, или њеној компоненти.

На основу претходно изреченог, предложени редослед и обим излагања који следи требало би да помогне ученицима да превазиђу најчешће заблуде и формирају одговарајуће моделе да би себи разјаснили механизме настанка трења. Два школска часа би у већини случајева била довољна за обраду ове теме на овакав начин.

- Уводни демонстрациони експерименти и посматрање појава. Ученицима се представљају различити видови трења у ситуацијама у којима је оно непожељно и у ситуацијама у којима је оно пожељно (и нужно). Такође, ученицима се скреће пажња, уз одговарајуће примере, да велико трење не мора увек да подразумева велико хабање, и обрнуто. Мотивација за рад остварује се интересантним питањима и проблемском ситуацијом, а једноставним квалитативним огледима проверавају се ученичке претпоставке.
- 2. Увођење физичких величина којима се описује трење. Од ученика се тражи да претпоставе од чега би могла да зависи сила трења (нормална сила, маса, додирна површина итд.), а затим се експериментално верификује које од величина су релевантне. Експеримент је осмишљен тако да је нормална сила хоризонтална, тако да ученици не могу да је поистовете са силом Земљине теже.
- 3. Статичко трење и трење клизања и ДаВинчи-Амонтон-Кулонови закони. Трење котрљања. У овом делу врши се увођење закона описаних у одељку "ОСНОВНИ ОБЛИЦИ ТРЕЊА И ЊИХОВО ТУМАЧЕЊЕ" овог рада и даје адекватно тумачење.
- 4. Топографија површина и механизми настанка трења. Ученицима се представљају опште прихваћени модели настанка трења, мање и веће сложености.

ЗАКЉУЧАК

Трибологија, као активна грана физике и науке о материјалима има велики значај и примену у модерној индустрији. Ученицима ће бити од користи да макар

делом схвате сложеност ових појава и да увиде да су једноставни закони који су им представљени само почетак приче. Материјал представљен у овом раду може помоћи наставницима да лекције о трењу ставе у шири контекст науке о трењу, и тако дају комплетнију слику физичког света.

Такође, имајући у виду адекватна тумачења основних облика трења и наведене ученичке заблуде, наставници могу да организују час на такав начин да код ученика постигну квалитетнији трансфер знања.

ЛИТЕРАТУРА

- 1. Hahner, G. Spencer, N. (1998), Rubbing and Scrubing, Physics Today 51(9), 22-27
- 2. Besson, U. Borghi, L. De Ambrosis A. Mascheretti P. (2007), How to teach friction: Experimentals and models, Am. J. Phys. 75(12), 1106-1113
- 3. Pinto, A. Fiolhais, M (2001), Rolling cylinder on a horizontal plane, Physics Education 36(3), 250-254

Friction – from complex science to classroom setting

Ljubiša Nešić, Lazar Radenković, Miloš Jonić

Abstract: This paper gives a brief historical development of the science of friction, it represents the main forms of friction and gives adequate interpretation. Also, this paper gives suggestions for teaching friction at the secondary level physics. Proposed ideas should help students overcome the most common misconceptions and show that there is more to friction than the simple $F_{tr} = \mu N$ equation.

Keywords: friction, tribology, types of friction, mechanisms of friction