ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ ФИЗИКЕ УЧЕНИКА СРЕДЊИХ ШКОЛА
ШКОЛСКА 2017/18. ГОДИНА

Друштво физичара Србије и Министарство просвете, науке и технолошког развоја Републике Србије

III разред

РЕШЕЊА ЗАДАТАКА – ФЕРМИОНСКА КАТЕГОРИЈА

ОКРУЖНИ НИВО
03.03.2018.

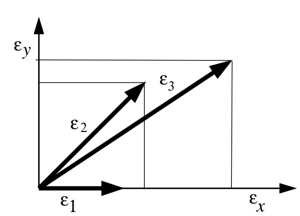
1. Дужина ужета која је потребна да би се Марија зауставила на жељеном растојању одређено је одржањем енергије $mgH = mgh + \frac{k(H-h-L)^2}{2}$ $\boxed{\textbf{4п}}$. Одавде је $L = H - h - \sqrt{\frac{2mg(H-h)}{k}} = 33.5\,\mathrm{m}$ $\boxed{\textbf{2п}}$. Време пада се састоји од три дела: време слободног пада t_1, време током кога се уже затеже до положаја равнотеже сила, t_2, и време током ког Марија успорава, t_3. Време слободног пада се добија из $L = \frac{gt_1^2}{2}$ $\boxed{\textbf{1п}}$, па је $t_1 = \sqrt{\frac{2L}{g}} = 2{,}61\,\mathrm{s}$ $\boxed{\textbf{1п}}$. Време током ког Марија успорава је заправо једнако четвртини периода осциловања, где је кружна фреквенца осциловања $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$ $\boxed{\textbf{2п}}$, односно $t_3 = \frac{\pi}{2}\sqrt{\frac{m}{k}} = 0{,}74\,\mathrm{s}$ $\boxed{\textbf{2п}}$. Преостало време се може добити из закона хармонијског осциловања $\Delta L = A\sin\omega t_2$ $\boxed{\textbf{3п}}$. Амплитуда овог осциловања је $A = H - L - h - \Delta L$ $\boxed{\textbf{1п}}$, где је $\Delta L = \frac{mg}{k} = 2{,}2\,\mathrm{m}$ $\boxed{\textbf{1п}}$, па се одатле добија време $t_2 = \sqrt{\frac{m}{k}}\arcsin\frac{mg}{kA} = 0{,}084\,\mathrm{s}$ $\boxed{\textbf{2п}}$. Укупно време пада је дакле $t = t_1 + t_2 + t_3 = 3{,}4\,\mathrm{s}$ $\boxed{\textbf{1п}}$.

2. Еквивалентни извор ће такође имати фреквенцу f, а амплитуда се може одредити графички. Са слике $\varepsilon_{0x} = \varepsilon_{01}\cos\alpha_1 + \varepsilon_{02}\cos\alpha_2 + \varepsilon_{03}\cos\alpha_3$ $\boxed{\textbf{3п}}$, односно $\varepsilon_{0y} = \varepsilon_{01}\sin\alpha_1 + \varepsilon_{02}\sin\alpha_2 + \varepsilon_{03}\sin\alpha_3$ $\boxed{\textbf{3п}}$. Интензитет електромоторне силе еквивалентног извора је $\varepsilon_t = \sqrt{\varepsilon_{0x}^2 + \varepsilon_{0y}^2}$ $\boxed{\textbf{3п}}$. Почетна фаза се одређује из израза $\mathrm{tg}\,\alpha_t = \frac{\varepsilon_{0y}}{\varepsilon_{0x}}$ $\boxed{\textbf{4п}}$. Па је коначан израз за јачину струје кроз потрошач $i = \frac{\sqrt{\varepsilon_{0x}^2+\varepsilon_{0y}^2}}{R}\cos\left(\omega t + \mathrm{arctg}\,\frac{\varepsilon_{0y}}{\varepsilon_{0x}}\right)$. Заменом нумеручких вредности, добија се $i = 5{,}8\,\mathrm{A}\cos(2\pi\cdot 220\,\mathrm{s}^{-1}\cdot t + 0{,}53\,\mathrm{rad})$, где су углови мерени у радијанима, односно амплиуда струје је $i_0 = 5.8\,\mathrm{A}$, фреквенца $f_i = f = 220\,\mathrm{Hz}$, а фаза $\varphi_i = 0{,}53\,\mathrm{rad}$ $\boxed{\textbf{7п}}$.

3. Како је ваздух приближно двоатомски гас, промена енергије спољашњег ваздуха је $\Delta U = \frac{5}{2}nR\Delta T$ $\boxed{\textbf{5п}}$. Количина супстанце у овом изразу се може добити преко једначине стања идеалног гаса $pV = nRT_1$ $\boxed{\textbf{4п}}$. При чему је укупна запремина $V = 60\cdot 12\cdot\Delta V$ $\boxed{\textbf{4п}}$. Одатле се добија да је топлота пренета спољашњости услед дисања ескима $\Delta U = \frac{1800p\Delta V(T_2-T_1)}{T_1}$ $\boxed{\textbf{4п}}$, односно $\Delta U = 6{,}2\,\mathrm{kJ}$ $\boxed{\textbf{3п}}$. Из овог разлога ескими могу одржавати температуру у иглу на прихватљивом новоу за боравак.

4. Струја кроз кондензатор је одређена Омовим законом за импедансе $i = u/Z$ $\boxed{\textbf{1п}}$, где је u напон на извору, а Z еквивалентна импеданса кола. Комплексне импедансе елемената кола су $Z_R = R$, $Z_L = i\omega L$ и $Z_C = -i/(\omega C)$ $\boxed{\textbf{1п}}$. Импеданса паралелне везе отпорника и завојнице је $Z_{RL} = \frac{Z_R Z_L}{Z_R+Z_L} = \frac{i\omega LR}{i\omega L+R}$$\boxed{\textbf{3п}}$, а импеданса целог кола $Z = Z_{RL} + Z_C = \frac{\omega^2L^2R}{R^2+(\omega L)^2} + i\left(\frac{\omega LR^2}{R^2+(\omega L)^2} - \frac{1}{\omega C}\right)$ $\boxed{\textbf{3п}}$, са апсолутном вредношћу $|Z| = \sqrt{\left(\frac{\omega^2L^2R}{R^2+(\omega L)^2}\right)^2 + \left(\frac{\omega LR}{R^2+(\omega L)^2} - \frac{1}{\omega C}\right)^2}$ $\boxed{\textbf{5п}}$ и струјом $|i| = V\left[\left(\frac{\omega^2L^2R}{R^2+(\omega L)^2}\right)^2 + \left(\frac{\omega LR}{R^2+(\omega L)^2} - \frac{1}{\omega C}\right)^2\right]^{-1/2}$ $\boxed{\textbf{3п}}$. Замена бројних вредности даје $|i| = 0.48\,\mathrm{A}$ $\boxed{\textbf{3п}}$. У нискофреквентном лимиту струја не може тећи кроз кондензатор, $i_0 = 0$ $\boxed{\textbf{1п}}$.

5. На крајеве штапа делују моменти сила истезања опруга, док је момент силе која делује на осу ротације нула $\boxed{\textbf{5п}}$. Укупан момент сила је $M = M_1 + M_2 = (k_1+k_2)\,\frac{l}{2}\sin\varphi\cos\varphi$, где је φ угао одступања правца штапа од равнотеже. $\boxed{\textbf{3п}}$ Момент инерције штапа око осе ротације је $I = ml^2/12$. $\boxed{\textbf{2п}}$ У лимиту малих осцилација $I\alpha = \frac{l}{2}(k_1+k_2)\sin\varphi\cos\varphi \approx \frac{l}{2}(k_1+k_2)\varphi$, па је угаона фреквенца осцилација $\omega = \sqrt{\frac{6(k_1+k_2)}{ml}}$ $\boxed{\textbf{8п}}$ и период $T = 2\pi\sqrt{\frac{ml}{6(k_1+k_2)}}$. $\boxed{\textbf{4п}}$



Слика уз решење задатка 2.

У свим задацима тачна бројна вредност доноси $\boxed{\textbf{2п}}$ **и тачна јединица** $\boxed{\textbf{1п}}$.

Задатке припремили: ***др Владан Павловић***, Природно-математички факултет, Ниш
Марко Кузмановић, Universite Paris-Sud, France
Илија Иванишевић, Институт за физику, Београд
Рецензент: ***др Димитрије Степаненко***, Институт за физику, Београд
Председник Комисије за такмичења средњих школа: ***др Божидар Николић***, Физички факултет, Београд

ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ ФИЗИКЕ УЧЕНИКА СРЕДЊИХ ШКОЛА
ШКОЛСКА 2017/18. ГОДИНА

Друштво физичара Србије и Министарство просвете, науке и технолошког развоја Републике Србије

III разред **РЕШЕЊА ЗАДАТАКА – БОЗОНСКА КАТЕГОРИЈА** **ОКРУЖНИ НИВО 03.03.2018.**

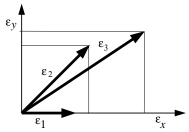
1. Дужина ужета која је потребна да би се Марија зауставила на жељеном растојању одређено је одржањем енергије $mgH = mgh + \frac{k(H-h-L)^2}{2}$ $\boxed{\textbf{4п}}$. Одавде је $L = H - h - \sqrt{\frac{2mg(H-h)}{k}} = 33.5\,\mathrm{m}$ $\boxed{\textbf{2п}}$. Време пада се састоји од три дела: време слободног пада t_1, време током кога се уже затеже до положаја равнотеже сила, t_2, и време током ког Марија успорава, t_3. Време слободног пада се добија из $L = \frac{gt_1^2}{2}$ $\boxed{\textbf{1п}}$, па је $t_1 = \sqrt{\frac{2L}{g}} = 2{,}61\,\mathrm{s}$ $\boxed{\textbf{1п}}$. Време током ког Марија успорава је заправо једнако четвртини периода осциловања, где је кружна фреквенца осциловања $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$ $\boxed{\textbf{2п}}$, односно $t_3 = \frac{\pi}{2}\sqrt{\frac{m}{k}} = 0{,}74\,\mathrm{s}$ $\boxed{\textbf{2п}}$. Преостало време се може добити из закона хармонијског осциловања $\Delta L = A\sin\omega t_2$ $\boxed{\textbf{3п}}$. Амплитуда овог осциловања је $A = H - L - h - \Delta L$ $\boxed{\textbf{1п}}$, где је $\Delta L = \frac{mg}{k} = 2{,}2\,\mathrm{m}$ $\boxed{\textbf{1п}}$, па се одатле добија време $t_2 = \sqrt{\frac{m}{k}}\arcsin\frac{mg}{kA} = 0{,}084\,\mathrm{s}$ $\boxed{\textbf{2п}}$. Укупно време пада је дакле $t = t_1 + t_2 + t_3 = 3{,}4\,\mathrm{s}$ $\boxed{\textbf{1п}}$.

2. Еквивалентни извор ће такође имати фреквенцу f, а амплитуда се може одредити графички. Са слике $\varepsilon_{0x} = \varepsilon_{01}\cos\alpha_1 + \varepsilon_{02}\cos\alpha_2 + \varepsilon_{03}\cos\alpha_3$ $\boxed{\textbf{3п}}$, односно $\varepsilon_{0y} = \varepsilon_{01}\sin\alpha_1 + \varepsilon_{02}\sin\alpha_2 + \varepsilon_{03}\sin\alpha_3$ $\boxed{\textbf{3п}}$. Интензитет електромоторне силе еквивалентног извора је $\varepsilon_t = \sqrt{\varepsilon_{0x}^2 + \varepsilon_{0y}^2}$ $\boxed{\textbf{3п}}$. Почетна фаза се одређује из израза $\mathrm{tg}\,\alpha_t = \frac{\varepsilon_{0y}}{\varepsilon_{0x}}$ $\boxed{\textbf{4п}}$. Па је коначан израз за јачину струје кроз потрошач $i = \frac{\sqrt{\varepsilon_{0x}^2+\varepsilon_{0y}^2}}{R}\cos\left(\omega t + \mathrm{arctg}\,\frac{\varepsilon_{0y}}{\varepsilon_{0x}}\right)$. Заменом нумеручких вредности, добија се $i = 5{,}8\,\mathrm{A}\cos(2\pi\cdot 220\,\mathrm{s}^{-1}\cdot t + 0{,}53\,\mathrm{rad})$, где су углови мерени у радијанима, односно амплиуда струје је $i_0 = 5.8\,\mathrm{A}$, фреквенца $f_i = f = 220\,\mathrm{Hz}$, а фаза $\varphi_i = 0{,}53\,\mathrm{rad}$ $\boxed{\textbf{7п}}$.

3. Кретање металне куглице кроз мед надоле, је "еквивалентно"кретању куглице од меда, исте запремине и исте брзине на горе. Импулс меда је дакле $p = mV$ $\boxed{\textbf{5п}}$, односно $p = \rho_1 V v$ $\boxed{\textbf{10п}}$, одакле следи $p = 2\cdot 10^{-5}\,\mathrm{kgm/s}$ $\boxed{\textbf{5п}}$.

4. Струја кроз кондензатор је одређена Омовим законом за импедансе $i = u/Z$ $\boxed{\textbf{1п}}$, где је u напон на извору, а Z еквивалентна импеданса кола. Комплексне импедансе елемената кола су $Z_R = R$, $Z_L = i\omega L$ и $Z_C = -i/(\omega C)$ $\boxed{\textbf{1п}}$. Импеданса паралелне везе отпорника и завојнице је $Z_{RL} = \frac{Z_R Z_L}{Z_R + Z_L} = \frac{i\omega LR}{i\omega L + R}$ $\boxed{\textbf{3п}}$, а импеданса целог кола $Z = Z_{RL} + Z_C = \frac{\omega^2 L^2 R}{R^2+(\omega L)^2} + i\left(\frac{\omega L R^2}{R^2+(\omega L)^2} - \frac{1}{\omega C}\right)$ $\boxed{\textbf{3п}}$, са апсолутном вредношћу $|Z| = \sqrt{\left(\frac{\omega^2 L^2 R}{R^2+(\omega L)^2}\right)^2 + \left(\frac{\omega L R}{R^2+(\omega L)^2} - \frac{1}{\omega C}\right)^2}$ $\boxed{\textbf{5п}}$ и струјом $|i| = V\left[\left(\frac{\omega^2 L^2 R}{R^2+(\omega L)^2}\right)^2 + \left(\frac{\omega L R}{R^2+(\omega L)^2} - \frac{1}{\omega C}\right)^2\right]^{-1/2}$ $\boxed{\textbf{3п}}$. Замена бројних вредности даје $|i| = 0.48\,\mathrm{A}$ $\boxed{\textbf{3п}}$. У нискофреквентном лимиту струја не може тећи кроз кондензатор, $i_0 = 0$ $\boxed{\textbf{1п}}$.

5. Ако се осцилатор у тренутку $t = \tau$ налази у максимуму елонгације, онда ће тренутак $t = \tau + \frac{2\pi}{\omega}$ такође бити максимум елонгације, јер $x(t + \frac{2\pi}{\omega}) = e^{-\frac{2\gamma\pi}{\omega}}x(t)$. Аналогно, тренутак $t = \tau + \frac{\pi}{\omega}$ ће бити минимум, јер $x(t + \frac{\pi}{\omega}) = -e^{-\frac{\gamma\pi}{\omega}}x(t)$. Дакле, екстремуми дешавају са временским размацима од $\Delta t = \frac{\pi}{\omega}$ $\boxed{\textbf{3п}}$. Из једначине кретања апсолутна вредност елонгације у екстермуму је за фактор $\alpha = e^{-\frac{\gamma\pi}{\omega}}$ мања него у претходном екстремуму $\boxed{\textbf{5п}}$. Почетни екстремум је на координати x_0. Зато су координате екстремума редом: x_0, $-\alpha x_0$, $\alpha^2 x_0$, $-\alpha^3 x_0$, $\alpha^4 x_0$ ... Укупан пређени пут је $s = x_0 + 2x_0\alpha + 2x_0\alpha^2 + 2x_0\alpha^3 + \ldots$ $\boxed{\textbf{2п}}$, јер за сваку вредност x_n осцилатор тај пут превали два пута (од 0 до x_n и од x_n до 0), изузев x_0 који се пређе само једном. Исписивањем суме, $s = x_0\left(1 + 2\alpha\cdot\sum_{n=0}^{\infty}\alpha^n\right)$. Коришћењем помоћи из текста, $s = x_0\left(1 + \frac{2\alpha}{1-\alpha}\right)$. Заменом израза за α, и сређивањем, $s = x_0\left(1 + \frac{2}{e^{\gamma\pi/\omega}-1}\right)$ $\boxed{\textbf{5п}}$. Лимит $\gamma/\omega \to 0$ даје $\alpha \to 1$, непригушене осцилације и бесконачан пређени пут $\boxed{\textbf{2п}}$. Лимит $\gamma/\omega \to \infty$ даје $\alpha \to 0$ і $s = x_0$, па се осцилатор само креће према равнотежном положају и не успева да заосцилује $\boxed{\textbf{3п}}$.



Слика уз решење задатка 2.

Задатке припремили: ***др Владан Павловић***, Природно-математички факултет, Ниш
Марко Кузмановић, Universite Paris-Sud, France
Илија Иванишевић, Институт за физику, Београд
Рецензент: ***др Димитрије Степаненко***, Институт за физику, Београд
Председник Комисије за такмичења средњих школа: ***др Божидар Николић***, Физички факултет, Београд